Determinare se due numeri sono autovettori per una matrice.

Basta moltiplicare la matrice per il vettore colonna dato dai due numeri, e determinare se il risultato è un multiplo del vettore colonna, in tal caso, allora i numeri sono autovettori.

Per esempio, dati –3 e 2:

$$\begin{pmatrix} -74 & -108 \\ 54 & 79 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} -3 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 222-216 \\ -162+158 \end{pmatrix} = -2\begin{pmatrix} -3 \\ 2 \end{pmatrix}$$

Determinare se una matrice ammette una base spettrale

$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -3 & -8 \\ 0 & 4 & 9 \end{pmatrix}$ La matrice non è simmetrica, quindi calcoliamo il polinomio caratteristico.

$$p(\lambda) = |\lambda I - A| = \begin{vmatrix} \lambda-1 & 0 & 0 \\ 0 & \lambda+3 & -8 \\ 0 & 4 & \lambda-9 \end{vmatrix} = (\lambda-1)((\lambda+3)(\lambda-9)+32) = (\lambda-1)(\lambda^2-6\lambda+5) = (\lambda-1)^2(\lambda-5)$$

Scrivo la matrice con $\lambda = 1$: con $\lambda = 5$ non è necessario perché sappiamo che $ma(5) = mg(5) = 1$

$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 4 & 8 \\ 0 & -4 & -8 \end{pmatrix}$ $\rho = 1$

$\dim(Ker) = 3-1 = 2$

$ma(1) = mg(1) = 2$

La base spettrale esiste perché $\sum ma = \sum mg = n$ cioè 1+2=3.