

Come risolvere gli esercizi sui grafi

SHORTEST TREE SPANNING (p.69)

(*grafi NON orientati*)

Etichetto v_1 come $[v_1, 0]$.

1. Cerco il vertice a cui arrivo con costo minore e lo etichetto con il nome del vertice precedente e il costo dell'arco.
2. Disegno una riga più spessa (o una riga a zig- zag) sull'arco utilizzato.
3. Creo un nuovo grafico e ricomincio a cercare un vertice con costo minore.
4. Continuo finché non ho toccato tutti i vertici del grafo.
5. Scrivo il *costo complessivo*, che è la somma di tutti i costi degli archi selezionati. Eventualmente è possibile disegnare inizialmente il grafo intero con tutti gli archi e i vertici, e poi partire da v_1 con il suo arco e l'altro vertice, cominciando a disegnare di volta in volta gli archi e i vertici che inserisco.

FORWARD- STAR & ALGORITMO DI DIJKSTRA (p. 74)

(*grafi orientati*)

- p' indica quanti valori di u' e w' prendere per ogni arco. Di solito ogni valore indica la posizione in u' e w' in cui cominciano i dati relativi al vertice successivo.
 - u' dice quali sono i pedici dei vertici di destinazione
 - w' indica il costo dell'arco tra il vertice di partenza (trovato tramite p') e quello di destinazione (indicato da u').
1. Etichetto v_1 come $[0, \emptyset]$ e tutti gli altri vertici $[\text{costo}, v_1]$, anche quelli non direttamente collegati a v_1 , che avranno etichetta $[\text{infinito}, v_1]$.
 2. Scelgo il vertice a cui arrivo con cammino minore ed evidenzio l'arco o con una riga più grossa o con una riga a zig- zag, ed evidenzio anche i 2 vertici interessati (li cerchio più grossolanamente).
 3. Creo un nuovo grafo così ottenuto, rietichettando i vertici
 - se i vertici che prima avevano costo infinito ora sono raggiunti, sono etichettati opportunamente con il costo dell'arco del nuovo vertice e con l'etichetta del nuovo vertice;
 - il costo degli archi raggiunti dal secondo vertice è la somma del costo dell'arco e del costo per arrivare al secondo vertice;
 - se un vertice è raggiunto da 2 diversi vertici acquisiti, etichetto il vertice raggiunto in base al costo minore, se il costo è uguale, non aggiorno l'etichetta.
 4. Scelgo nuovamente il vertice a cui arrivo con cammino minore.
 5. Continuo in questo modo finché non ho raggiunto tutti i vertici.
 6. Scrivo i *cammini minimi* che partono da v_1 e il costo totale da v_1 a v_i . (finezza: se voglio, posso mettere anche un campo "cammino" ed elenco tutti i vertici percorsi tra v_1 e v_i).

Se nel testo viene chiesto: "*Sul grafo dell'ultima iterazione si evidenzia l'arborescenza dei cammini minimi*"

- se ho ingrossato la linea, o usato la linea a zig- zag, è già evidenziato;
- se ho fatto come il libro in cui non ho segnato i cammini minimi ma ho cambiato solo le etichette, nell'ultimo grafo cancello gli archi non utilizzati.

FLUSSO MASSIMO aka ALGORITMO DI FORD- FULKERSON (p. 81)

Ricorda: il valore cerchiato è la capacità massima dell'arco, l'altro è il flusso (attuale)

Etichetta v_l come $[+,s,\infty]$

Etichetta anche gli altri vertici in questo modo: $v_i = [+/- v_k, d, v_i]$

- a) arco in avanti: $+ v_k \Rightarrow d(v_i) = \min \{ \text{il valore dell'etichetta del vertice precedente, capacità max degli archi che attivano a questo vertice} - \text{flusso degli stessi archi} \}$
- b) arco all'indietro: $- v_k \Rightarrow d(v_i) = \min \{ \text{il valore dell'etichetta del vertice precedente, capacità degli archi che arrivano a questo vertice} \}$

1. Faccio un pallino a fianco dell'etichetta da cui parto.
2. Calcolo il flusso dall'ultimo vertice come somma dei flussi usati che entrano nel vertice.
3. Cerco una strada non satura in avanti verso l'ultimo vertice e aumento il flusso della catena di x unità = $d(v_{fin})$.
4. Se non ci sono più strade in avanti, cerco di ridirezionare i flussi all'indietro. Scelgo, come da specifiche, il vertice di etichetta minore.
Nel caso di archi all'indietro devo:
 - aumentare gli archi avanti
 - diminuire gli archi indietro

I pallini li devo lasciare in ogni etichetta che ho visitato (il prof toglie un punto per ogni pallino omesso).

CAMMINO CRITICO (p. 86)

Devo creare il vertice iniziale v_0 e finale $v_{(n+1)}$ e nominare tutti gli altri vertici secondo questa regola:

- non considero v_0
- nomino con il vertice minore il vertice che non ha archi entranti
- elimino mentalmente il vertice appena nominato e tutti i suoi archi uscenti
- ricerco un vertice che non ha archi entranti, fino ad arrivare alla fine

Dovrei così riuscire ad evitare grafi ciclici e dovrei avere che per ogni arco il vertice precedente ha un pedice minore al vertice uscente. Nel caso in cui ci siano due o più vertici che non hanno archi entranti, posso scegliere di nominarli come mi pare.

1. Seguendo l'ordine crescente dei vertici, segno la prima parte delle etichette di tutti i vertici come il massimo dei cammini per arrivare a quel vertice, fino ad arrivare all'ultimo vertice in cui $T_{min} = T_{max}$.
2. Al ritorno segno come seconda parte dell'etichetta il valore minore tra il T_{max} del vertice successivo e il costo dell'arco.
$$V_i = [T_{mini}; T_{maxi}]$$
$$T_{mini} = \max [T_{minj} + d_{ij}]$$
$$T_{maxi} = \min [T_{maxj} - d_{ij}]$$
3. Traccio una bella riga a zig- zag per tutti gli archi del cammino più lungo per andare v_0 a $v_{(n+1)}$ e segno:
 $C = \{v_0, \dots, v_{(n+1)}\}$ tutti i vertici toccati
 $l = \text{lunghezza totale} = \text{somma dei costi degli archi}$
4. Faccio la tabella in cui segno l'Attività (lettera maiuscola); V_i (vertice iniziale dell'arco); V_j (vertice finale); EST (= T_{mini}); LST (= $T_{maxj} - d_{ij}$); S (= Flusso = LST - EST). Le attività con flusso 0 sono i cammini minimi, e cerchio queste attività con flusso nullo.
5. Scrivo l'elenco delle attività critiche (quelle cerchiato).