

## Come risolvere gli esercizi sul luogo delle radici

1. Disegno sul piano complesso poli e zeri

Per i poli complessi coniugati, calcola  $\delta$  e  $\omega_n$

NB: Le semirette (fascio) sono i luoghi a  $\delta$  costanti, le semicirconferenze sono i luoghi a  $\omega_n$  costanti.

$$\text{Poli} = \delta \cap \omega_n$$

2. Calcolo il grado relativo

- a. 1 = un solo asintoto (l'asse reale)

Il punto di intersezione degli asintoti  $\sigma_a$  non è definito

Il baricentro  $\sigma_b$  non esiste

- b. 2 = 2 asintoti che dividono il piano in 2 semipiani uguali ( $90^\circ$  di pendenza rispetto all'asse reale)

$$\text{Esiste } \sigma_a = \frac{1}{\text{gradorel}} \left( \sum_n \text{poli} - \sum_m \text{zeri} \right) \text{ con il loro segno (-)}$$

$$\text{Esiste } \sigma_b = \sum_n \text{poli} \text{ con il loro segno (-)}$$

- c. 3 = 3 asintoti: uno sull'asse reale, gli altri due di pendenza  $60^\circ$  rispetto all'asse reale  
Pericolo di instabilità all'aumentare del guadagno!!!

Esiste  $\sigma_a$

Esiste  $\sigma_b$

3. Traccio gli asintoti

4. Calcolo quali sono i punti dell'asse reale che appartengono al luogo delle radici (solo quelli che a destra hanno un numero dispari di singolarità)

5. Punto di emergenza  $\Rightarrow$  quando il polo è doppio

Il primo polo, per  $k \rightarrow \infty$ , al massimo si sposta verso lo zero del sistema

$$|P_3| = x, k \rightarrow \infty; |P_3| < x, k < \infty$$

Applico il teorema del baricentro per calcolare il polo doppio

$$|P_{1,2}| > \frac{|\sigma_b| - |P_3|}{2}$$

6. Il polo si sposta verso lo zero

I poli complessi coniugati diventano reali coincidenti in un punto, poi si dividono (uno va verso lo 0, l'altro verso  $-\infty$ )

NB: ricorda di mettere la freccia nei luoghi